УДК 534.2+530.145.6

МОДИФИЦИРОВАННАЯ ЦЕпочкА МАССА-В-МАССЕ

*Турин Валентин Олегович, к.ф.-м.н., доцент1, voturin[@mail.ru](mailto:morozov@infway.ru)*

*Илья Владимирович Назрицкий, студент магистратуры1, nazritskiy@gmail.com*

*Данил Дмитриевич Киреев, студент магистратуры1, dankir2001@gmail.com*

*Павел Андреевич Андреев, аспирант1, pavel.andreev.2000@yandex.ru*

*Юлия Викторовна Илюшина, ассистент 2, julie20096@mail.ru*

*1ОГУ им. И. С. Тургенева, г. Орёл*

*2МАИ, г. Москва*

Аннотация: В работе рассматривается модифицированная (с дополнительным гармоническим взаимодействием между соседними внутренними массами) одномерная бесконечная цепочка масса-в-массе. Получены уравнения для акустической и оптической ветвей дисперсии, ширины запрещённой зоны и эффективной массы.

Ключевые слова: цепочка масса-в-массе, акустическая и оптические ветви дисперсии, запрещённая зона, эффективная масса, акустический метаматериал.

Введение

Пионерская работа В.Г. Веселаго 1967 года инициировала бурное развитие исследований в области оптических и акустических метаматериалов. Изучение акустических метаматериалов представляет интерес как с точки зрения фундаментальной значимости, так и с точки зрения перспективы практических приложений. Одним из перспективных приложений является возможность создания суперпоглотителя звука. Кроме того, акустические метаматериалы могут быть полезны в акустоэлектронике и для создания более эффективных звуковых систем бытовой электроники. В работе [1] впервые была исследована механическая система, представляющая собой одномерную бесконечную цепочку масса-в-массе (рисунок 1(а)). Эта система, из-за наличия запрещённой зоны, является простейшим механическим фильтром, реализует концепцию эффективной массы и продолжает вызывать интерес на современном этапе с точки зрения создания на её основе акустических метаматериалов с уникальными характеристиками [2]. В случае, когда внутренняя масса много больше внешней , можно считать, что положение равновесия груза неподвижно (рисунок 1(б)). В этом случае цепочка в

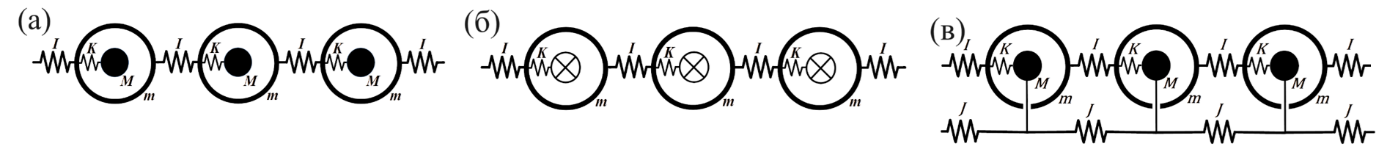


Рисунок 1 — (а) Одномерная бесконечная цепочка масса в массе; (б) цепочка масса в массе в случае (положение равновесия груза неподвижно и помечено крестиком); (в) модифицированная цепочка масса в массе с добавлением гармонического взаимодействия между соседними внутренними грузами массы

длинноволновом приближении описывается вещественным уравнением Клейна-Гордона-Фока, которое, при равенстве нулю коэффициента упругости внутренней пружины , переходит в волновое уравнение. В нашей работе исследуется модифицированная (с дополнительным гармоническим взаимодействием между соседними внутренними массами) цепочка масса-в-массе (рисунок 1(в)). Стоит отметить, что, ранее, на основе анализа модифицированной цепочки масса-в-массе при переходе к длинноволновому приближению удалось получить формальное обобщение комплекснозначных уравнений релятивистской квантовой механики: Клейна-Гордона-Фока и Дирака [3]. Оказалось, что обобщённое уравнение Дирака с восьмикомпонентной волновой функцией имеет оптическую и акустическую ветви дисперсии, каждая с положительной и с отрицательной энергией.

Классическая и модифицированная цепочки масса-в-массе

Классическая цепочка масса-в-массе ( внутри ) имеет акустическую и оптическую ветви дисперсии, всегда разделённые запрещённой зоной [2]. Для цепочки масса-в-массе вводится эффективная масса [2]. При классическая цепочка масса-в-массе переходит в цепочку из одинаковых масс соединённых пружинками с жёсткостью с только акустической ветвью дисперсии и . При классическая цепочка масса-в-массе переходит в цепочку связанных идентичных осцилляторов с только оптической ветвью дисперсии и . Характерные частоты: , , и . Модифицированная цепочка масса-в-массе имеет акустическую () и оптическую () ветви дисперсии:

(1)

Изображение выглядит как линия, диаграмма, График, снимок экрана

Автоматически созданное описаниеИзображение выглядит как диаграмма, линия, График, текст

Автоматически созданное описание

Рисунок 2 — Зависимость эффективной массы от частоты для акустической (серые) и оптической (чёрные) ветвей дисперсии для классической (а) и модифицированной (б) цепочек масса в массе при и . Слева направо 100; 4; 2; 1; 0,5; 0,25. Частота в единицах , а эффективная масса в

Ширина запрещённой зоны определяется так:

(2)

Отметим, что запрещённая зона для модифицированной цепочки масса-в-массе существует не всегда. Для эффективной массы получается уравнение:

(3)

Отметим, что для получения уравнений для классической цепочки масса-в-массе в уравнениях для модифицированной цепочки нужно устремить к нулю. Рассмотрим случай . Введём обозначение для этих частот. Отметим, что . Здесь – приведённая масса. Введём обозначение . Из уравнения (1) получается уравнение для акустической ветви дисперсии:

и . (4)

Отметим, что для акустической ветви дисперсии эффективная масса не зависит от частоты. Для оптической ветви дисперсии получаем:

и . (5)

Выводы

Получены уравнения для акустических и оптических ветвей дисперсии, для ширины запрещённой зоны и для эффективной массы модифицированной цепочки масса-в-массе. С использованием полученных уравнений промоделированы классическая и модифицированная цепочки масса-в-массе при разных соотношениях масс и упругостей пружин. Изучен частный случай , на основе которого, с использованием длинноволнового приближения, в работе [3] получено формальное обобщение уравнений релятивистской квантовой механики. В дальнейшей работе мы планируем изучить длинноволновое приближение, что соответствует непрерывным материалам.

Список использованных источников

1. Vincent J.H. On the Construction of a Mechanical Model to Illustrate Helmholtz’s Theory of Dispersion. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 1898. Vol. 46, no. 283: pp. 557-563. https://doi.org/10.1080/14786449808621232

2. Huang H.H., Sun C.T., Huang G.L. On the Negative Effective Mass Density in Acoustic Metamaterials // International Journal of Engineering Science, 2009. Vol. 47, no. 4, pp. 610-617. https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2008.12.007

3. Turin V.O. et al. A Mass-in-Mass Chain and the Generalization of the Dirac Equation with an Eight-Component Wave Function and with Optical and Acoustic Branches of the Dispersion Relation // Russian Microelectronics, 2023. Vol. 52, Suppl. 1, pp. S299-S305. https://doi.org/10.1134/S1063739723600693

WAVES IN CLASSICAL AND MODIFIED MASS-IN-MASS CHAINS

V.O. Turin, I.V. Nazritsky, D.D. Kireev, P.A. Andreev, Y.V. Ilyushina

Abstract: The paper considers mathematical models of acoustic metamaterials based on classical and modified (with additional harmonic interaction between neighboring internal masses) one-dimensional infinite mass-in-mass chains. Equations are obtained for the acoustic and optical branches of dispersion, for the band gap width, and for the effective mass.

Keywords: mass-in-mass chain, modified mass-in-mass chain, acoustic and optical branches of dispersion, band gap, effective mass, acoustic metamaterials.